

imię i nazwisko: ..... klasa : .....  
nazwa Szkoły: .....  
imię i nazwisko Twojego nauczyciela matematyki: .....



**„ZŁOTA ŻABA” 2001/2002**  
**Konkurs w Dziedzinie Matematyki**  
**Organizator: Fundacja Edukacji Społecznej EKOS**  
**etap II**

*Ciesz się, że jesteś finalistą naszego konkursu. Przed Tobą kolejne zadania, na których rozwiązanie masz 120 minut. Wszystkie zadania musisz rozwiązać na otrzymanych kartkach. Czytaj uważnie polecenia, sporządzaj staranne rysunki, dbaj o poprawność obliczeń. Nie możesz używać kalkulatora.*

*Na jednej z otrzymanych kartek w lewym narożniku wpisz: swoje imię i nazwisko, nazwę szkoły oraz imię i nazwisko nauczyciela przygotowującego Ciebie do konkursu, a na pozostałych kartkach – swoje imię i nazwisko. Zaznacz, które kartki należą do czystopisu, a które do brudnopisu.*

*Złota Żaba*

**Zadanie 1. (29 punktów)**

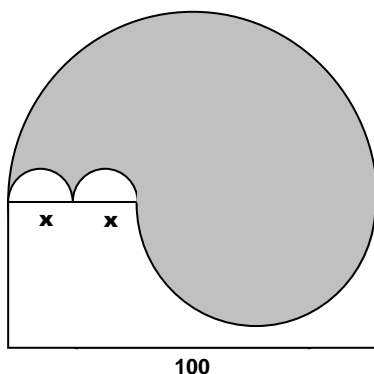
Rozmaitości:

- A.** Dla jakich wartości  $k$  i  $n$  punkty  $A = (3 - 2k, 1)$  oraz  $A' = (5, -3n + 3)$  są symetryczne względem osi odciętych  $x$ ?
- B.** Do równania  $3x + y = 1$  dopisz drugie równanie tak, aby otrzymać układ:  
- oznaczony (układ równań niezależnych),  
- sprzeczny.
- C.** Ile centymetrów kwadratowych mieści się w kilometrze kwadratowym? Odpowiedź zapisz w postaci potęgi liczby 10.
- D.** Oblicz wartość wyrażenia:

$$\frac{1\ 234\ 567\ 890}{1\ 234\ 567\ 891^2 - (1\ 234\ 567\ 890 \cdot 1\ 234\ 567\ 892)}$$

**Zadanie 2. (34 punktów)**

Napisz wzór na obliczanie pola oraz wzór na obliczanie obwodu zacieniowanej figury w zależności od  $x$  (brzegiem zacieniowanej figury są cztery półokręgi). Ustal, dla jakich  $x$  zadanie ma sens.



**Zadanie 3. (25 punktów)**

W Stanach Zjednoczonych temperaturę mierzy się w stopniach Fahrenheita. Jeśli temperaturę w skali Celsjusza oznaczymy literą C, a temperaturę w skali Fahrenheita literą F, to temperaturę w skali Fahrenheita można obliczyć ze wzoru

$$F = \frac{9}{5}C + 32^\circ$$

- A. Jaka jest temperatura w skali Fahrenheita, gdy w skali Celsjusza jest  $100^\circ$ ?  
 B. Jaka jest temperatura w skali Celsjusza, gdy w skali Fahrenheita jest  $50^\circ$ ?  
 C. Termometr posiada skalę Celsjusza i Fahrenheita. Przy jakiej temperaturze termometr wskaże w obu skalach tę samą liczbę?

**Zadanie 4. (20 punktów)**

Ze 125 jednakowych kulek z modeliny o promieniu długości 2 cm ulepiono jedną kulę. Oblicz długość promienia otrzymanej kuli.

**Zadanie 5. (19 punktów)**

Oblicz pole czworokąta ograniczonego prostymi o równaniach:  $y = -1$ ,  $y = 3$ ,  $y = x + 5$ ,  $y = -2x + 7$  (długości potrzebnych odcinków odczytaj z rysunku).

**Zadanie 6. (19 punktów)**

Porównaj liczby:  $a = \frac{1}{10}(3\sqrt{2} - 1)^2$  i  $b = \frac{2}{\sqrt{5} - 1} - \frac{2}{\sqrt{5} + 1}$ .

**Zadanie 7. (28 punktów)**

Dany jest trójkąt prostokątny ABC, gdzie  $|\angle ABC| = 90^\circ$ . Z wierzchołka kąta prostego poprowadzono środkową BD oraz wysokość BE. Wykaż, że kąt utworzony przez wysokość i krótszą przyprostokątną jest przystający do kąta utworzonego przez środkową i drugą przyprostokątną.

(Środkową trójkąta nazywamy odcinek łączący wierzchołek trójkąta ze środkiem przeciwległego boku).

**Zadanie 8. (26 punktów)**

W skokach narciarskich w każdej serii sumuje się dla zawodnika punkty za długość skoku i punkty przyznane przez komisję sędziowską.

Punkty za długość skoku obliczane są w następujący sposób: za lądowanie w punkcie K zawodnik otrzymuje 60 punktów, każdy metr dalej daje dodatkowo 1,8 punktu, a za wylądowanie przed punktem K traci się 1,8 punktu na metrze (długość skoku mierzy się z dokładnością do pół metra). Styl lotu i lądowanie oceniane są przez pięciu sędziów. Każdy sędzia może przyznać od 0 do 20 punktów (z dokładnością do 0,5 pkt). Odrzuca się dwie skrajne noty i sumuje punkty przyznane przez trzech pozostałych sędziów.

Podczas zawodów skoczek zdobywa tyle punktów, ile w sumie otrzyma ich w dwóch seriach skoków.

W tabeli przedstawiono wyniki skoków dwóch najlepszych zawodników:

		długość skoku	noty sędziów				
			1	2	3	4	5
Adam Małysz	I seria	129,0 m	19,5	19,0	19,0	19,5	19,0
	II seria	131,5 m	19,5	19,5	20,0	19,5	19,5
Sven Hannavald	I seria	134,5 m	19,5	19,0	19,0	19,0	19,0
	II seria	128,0 m	18,0	18,5	18,5	18,0	18,0

Punkt K znajduje się na 120 metrze.

Ile punktów zdobył Małysz, a ile Hannavald? Który z nich zwyciężył?