



## „ZŁOTA ŻABA” 2007/2008

etap II – 1 marca 2008

### Konkurs w Dziedzinie Matematyki

Organizator: Fundacja Edukacji Społecznej „EKOS”

*Cieszę się, że bierzesz udział w naszym Konkursie. Przed Tobą zadania, na których rozwiązanie masz 120 minut. Zadania musisz wykonać na otrzymanych osobnych kartkach. Zanim to zrobisz, u góry kartek napisz swoje imię i nazwisko, nazwę szkoły, imię i nazwisko Twojego nauczyciela matematyki. Czytaj uważnie polecenia, dbaj o precyzję i poprawność językową swoich wypowiedzi, przede wszystkim jednak myśl, myśl, myśl ...*

*Twoja Żaba*

#### Zadanie 1. (30 pkt)

Botanik badał występowanie pięciu gatunków grzybów na trzech różnych obszarach leśnych. Wyniki obserwacji zapisał w tabeli:

	prawdziwek	maślak	kozak	kurka	rydz
obszar A	1	2	0	2	1
obszar B	1	0	2	0	0
obszar C	1	1	1	0	0

Liczby 0, 1 i 2 oznaczają odpowiednio, że: dany grzyb na danym obszarze nie występuje w ogóle, występuje w niewielkich ilościach lub występuje w dużych ilościach.

Na podstawie tych danych botanik, korzystając z pewnego wzoru, wyznaczył stopień podobieństwa lasów pod względem występowania grzybów (tzw. „odległość” tych stanowisk leśnych). Okazało się, że stopień podobieństwa lasów A i B opisuje liczba  $\sqrt{13}$ , zaś stopień podobieństwa lasów B i C liczba  $\sqrt{2}$ .

Botanik przeanalizował otrzymane wyniki i stwierdził, że lasy, najbardziej podobne pod względem występowania grzybów mają też podobny drzewostan.

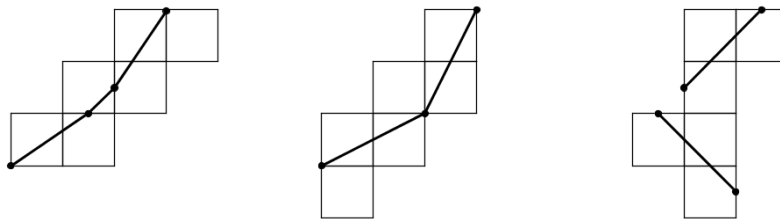
Spróbuj odkryć sposób postępowania botanika przy wyznaczaniu „odległości” stanowisk leśnych, wiedząc, że czynności, które kolejno wykonywał to: odejmowanie, podnoszenie do kwadratu, dodawanie i pierwiastkowanie. Wyznacz stopień podobieństwa lasów A i C oraz określ, które ze stanowisk leśnych (A i B, B i C, czy A i C) są najbardziej podobne do siebie. Odpowiedz, co oznacza odkryte podobieństwo drzewostanu.

#### Zadanie 2. (10 pkt)

W II etapie konkursu matematycznego „Złota Żaba” bierze udział 44 uczestników. Co najmniej ilu z nich obchodzi urodziny w tym samym miesiącu?

**Zadanie 3. (40 pkt)**

Brzegi jakich figur płaskich utworzą odcinki zaznaczone na siatce sześciianu po sklejeniu siatki?



Uwaga: Zaznaczone na siatkach końce odcinków są wierzchołkami kwadratów lub środkami boków kwadratów tworzących siatkę sześciianu.

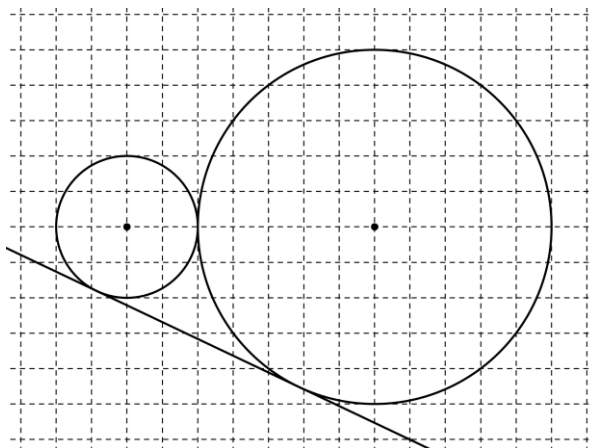
**Zadanie 4. (15 pkt)**

Znajdź ostatnią cyfrę rozwinięcia dziesiętnego liczby  $2^{1000} + 4^{999}$ .

**Zadanie 5. (40 pkt)**

Do dwóch okręgów stycznych zewnętrznie poprowadzono wspólną prostą styczną.

Oblicz pole figury zawartej między styczną i okręgami, wiedząc, że promień jednego z okręgów ma długość 2, a drugiego – 5.

**Zadanie 6. (40 pkt)**

Jedno z zadań domowych Piotra miało następującą treść: „Brat pani Ani ma 4 razy więcej lat niż miała pani Ania wtedy, gdy była dwa razy młodsza od brata. Razem mają zaś 70 lat. Ile lat ma każde z rodzeństwa?”.

Piotr oznaczył wiek pani Ani przez  $x$  i wiek jej brata przez  $y$ . Następnie próbował ułożyć układ równań, który pozwoliłby mu rozwiązać to zadanie. Z jednym z równań nie miał problemu. Napisał:  $x + y = 70$ . Jednak nie udało mu się ułożyć drugiego.

A Ty potrafisz rozwiązać to zadanie? Zapisz drugie równanie i rozwiąż układ równań.

**Zadanie 7. (25 pkt)**

Wykaż, że liczby  $1$ ,  $\frac{1}{2}$  i  $\frac{1}{3}$  nie mogą być długościami wysokości żadnego trójkąta.