



„ZŁOTA ŻABA” 2011/2012

etap I – 1 grudnia 2011

Konkurs w Dziedzinie Matematyki

Organizator: Fundacja Edukacji Społecznej „EKOS”

Cieszę się, że bierzesz udział w naszym Konkursie. Przed Tobą zadania, na których rozwiązanie masz 90 minut. Zanim to zrobisz, u góry kartek napisz swoje imię i nazwisko, nazwę szkoły, imię i nazwisko Twojego nauczyciela matematyki. Czytaj uważnie polecenia, dbaj o precyzję i poprawność językową swoich wypowiedzi, przede wszystkim jednak myśl, myśl, myśl. Powodzenia!

Tvoja Žaba

Zadanie 1: (10 punktów)

Jedną z brył platońskich jest przedstawiony obok oktaedr (ośmiościan foremny).

Jaką figurą jest czworokąt zaznaczony linią przerywaną?

Oblicz stosunek pola tego czworokąta do pola powierzchni ośmiościanu.

Zadanie 2: (10 punktów)

Oblicz sumę kątów wewnętrznych 16-kąta wklęsłego.

Zadanie 3 (12 punktów)

Czy liczba postaci $2^{10} - 1$ jest pierwsza? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 4: (12 punktów)

Jedno z ramion trójkąta równoramiennego ABC przecięto prostą prostopadłą do podstawy AB , która na przedłużeniu boku AC wyznaczyła punkt K , na ramieniu BC – punkt L , a na podstawie punkt M . Udowodnij, że trójkąt KLC jest równoramienny.

Zadanie 5: (10 punktów)

Na placu zabaw cztery żabki narysowały trójkąt ABC o polu równym 40 m^2 . Następnie podzieliły go na 4 mniejsze trójkąty, prowadząc trzy odcinki $AB'A'$, $BC'B'$ i $CA'C'$

w taki sposób, że $|AB'| = |B'A'|$, $|BC'| = |C'B'|$,

$|CA'| = |A'C'|$ (patrz rysunek). Teraz żabki

zastanawiają się jakie jest pole trójkąta $A'B'C'$.

Pomóż żabkom wyznaczyć pole tego trójkąta.

Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 6: (10 punktów)

Podaj wszystkie liczby naturalne n takie, że $2n$ dzieli $50+n$.

Zadanie 7: (16 punktów)

W promocyjnych opakowaniach chipsów można znaleźć kupony o wartości 5 lub 7 punktów. Organizatorzy przewidzieli nagrody za zebranie powyżej 10 punktów dla każdego uczestnika konkursu. Regulamin nie przewiduje nagrody za zebranie 18 punktów. Dlaczego? Podaj największą liczbę, która nie powinna pojawić się na liście premiowanych liczb punktów i uzasadnij jej wybór.

Zadanie 8: (10 punktów)

Zielona żaba bardzo chciała stać się złotą żabą. Udała się w tym celu do czarnoksiężnika, który mógł spełnić jej życzenie. Nim jednak na to przystał, postawił warunek: „Podaj mi wynik tego działania, a spełnię Twe życzenie”. Żaba szybko przystała na tę propozycję, nie wiedziała tylko, że czarnoksiężnik zaczarował działanie. Żaba miała podać wynik tego działania: $a \oplus (b \ominus c)$ dla $a = 1, b = -1, c = 2$ gdzie:

$$a \oplus b = 2a + ab,$$

$$a \ominus b = 2b - ab$$

Pomóż żabie spełnić jej marzenie.

Zadanie 9: (10 punktów)

(zadanie z lat ubiegłych)

$\sqrt{5}$ jest liczbą niewymierną. Jej przedstawienie w postaci ułamka dziesiętnego jest nieskończone i nieokresowe.

Z dokładnością do sześciu miejsc po przecinku jest ono równe 2,236068. Znajdź przybliżoną wartość $\frac{3}{\sqrt{5}}$ bez kalkulatora

(z dokładnością do trzech miejsc po przecinku).

