



**„ZŁOTA ŻABA” 2013/2014**  
**etap I – 5 grudnia 2013**  
**Konkurs w Dziedzinie Matematyki**  
**Organizator: Fundacja Edukacji Społecznej „EKOS”**

*Ciesz się, że bierzesz udział w naszym konkursie. Przed Tobą zadania, na których rozwiązanie masz 90 minut. Zadania musisz wykonać na osobnych, otrzymanych od nauczyciela kartkach. Zanim to zrobisz, u góry kartek napisz swoje imię i nazwisko, nazwę szkoły, imię i nazwisko Twojego nauczyciela matematyki. Czytaj uważnie polecenia, dbaj o precyzję i poprawność językową swoich wypowiedzi, przede wszystkim jednak myśl, myśl, myśl ...*

*Powodzenia! – Twoja Żaba*

**Zadanie 1: (18 punktów)**

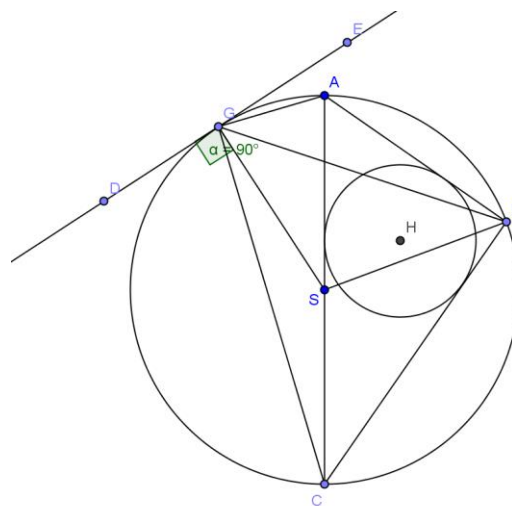
Przyporządkuj literom  $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6$  punkty znajdujące się na rysunku wg następujących zasad: pierwsza litera  $l_1$  znajduje się w punkcie równo oddalonym od punktów A, B, C i G, druga litera  $l_2$  leży w punkcie styczności okręgu przechodzącego przez punkty A, B, C z prostą DE, trzecia litera  $l_3$  to wierzchołek trójkąta ABC leżący najbliżej swojego przeciwnego boku, a czwarta  $l_4$  to wierzchołek kąta dwa razy mniejszego od kąta GSB. Piątą literę  $l_5$  wyznacza punkt przecięcia się dwusiecznych kątów trójkąta ABC, a szóstą  $l_6$  punkt przecięcia się symetralnych boków trójkąta ABC.

Następnie oblicz wartość liczbową wyrażenia

$l_1 \sqrt{l_2 + l_3} - l_4^{l_5} + l_6$ , w którym punkty przyporządkowane literom

$l_1 \dots l_5$  odpowiadają następującym wartościom:

D → 6      G → 36      S → 2      E → 10      F → 8  
 B → 64      H → 0      A → 4      C → 100      I → 12



**Zadanie 2: (12 punktów)**

Liczby palindromiczne to liczby naturalne, które przy czytaniu od lewej strony do prawej i odwrotnie są jednakowe. Wśród liczb zapisanych w postaci dziesiętnej palindromami są np. 2, 33, 151, 3663. Wśród liczb zapisanych w postaci binarnej (inaczej dwójkowej) również można znaleźć palindromy np. 11, 101, 1111, 1001001. Wiedząc, że liczbę 5 można przedstawić w postaci binarnej w następujący sposób:  $5_{(10)} = 4 + 0 + 1 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 101_{(2)}$ , znajdź wszystkie liczby, które w systemie dziesiętnym są dwucyfrowe i które w obu systemach : dziesiętnym i binarnym są palindromiczne.

**Zadanie 3: (12 punktów)**

Wieża Eiffla zbudowana jest z żelaza (gęstość żelaza wynosi  $7874 \text{ kg/m}^3$  w warunkach normalnych), stąd jej druga nazwa – „żelazna dama”. Jej wysokość wynosi 324 m, a waga – nieco ponad 10 000 ton. Zajmuje obszar kwadratu o boku 125 m. Gdyby stopić wieżę Eiffla, wlać metal do basenu o powierzchni jej podstawy i zmierzyć wysokość ostygłej bryły w warunkach normalnych to ile centymetrów by wynosiła? Podaj tę wielkość z dokładnością do 1 cm.

**Zadanie 4: (12 punktów)**

Gimnazjaliści zorganizowali charytatywną loterię fantową. Sprzedano 30 % losów, z których 60 przyniosło nagrody. Oszacuj ile fantów pozostało do wygrania zakładając, że losy wygrywające rozłożyły się równomiernie.

### Zadanie 5: (12 punktów)

O ile szybciej dotrzemy z Poznania Głównego do Warszawy Centralnej (298 km) pociągiem Pendolino (gdyby takie połączenie istniało), który zatrzyma się tylko w Koninie i Kutnie po 10 minut na każdej stacji, a jego średnia prędkość na trasie wyniesie 188 km/godz. Dane aktualne odczytaj z załączonego rozkładu jazdy.

Stacja/Przystanek	Data	Przyj.	Odj.	Peron	Czym	Dalsze informacje
Poznań Główny	05.12.13		08:32		TLK 71104	LUBUSZANIN TLK
Słupca		09:09	09:10			PKP Intercity
Konin		09:27	09:28			przewóz rowerów - I. miejsc ograniczona
Koło		09:45	09:46			połączenie z rezerwacją miejsc
Kutno		10:16	10:18			m. dla osób z dziećmi do l. 4 i kobiet w ciąży
Warszawa Zachodnia		11:25	11:26			m. dla niepełnosprawnych i o ogr. sprawności ruchowej
Warszawa Centralna		11:31		I/7		przesyłki konduktorskie za opłatą

Czas trwania: 2:59; kursuje w okresie, 20. Paź do 14. Gru 2013

Ukryj stacje/przyst. pośrednie    Cena    Mapa    Drukuj    Eksport do PDF    Początek strony

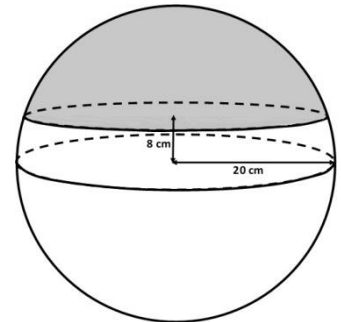
Dalsze informacje

<http://rozklad-pkp.pl/bin/query.exe/pn?ld=s36&seqnr=2&ident=ju.0363436.1384793259&OK#focuswww.pkp.pl>

### Zadanie 6: (10 punktów)

Wykorzystaj przytoczone poniżej twierdzenie Archimedesesa i oblicz powierzchnię zacieniowanej części kuli. Wynik podaj z dokładnością do 1 decymetra kwadratowego.

Twierdzenie Archimedesesa: Jeżeli kulę o promieniu  $r$  zapakujemy do puszki o wysokości  $2r$  i promieniu podstawy  $r$ , to dwie płaszczyzny równoległe do podstaw puszki wycinają z powierzchni kuli obszar o takim samym polu, jak obszar wycięty przez te płaszczyzny z powierzchni bocznej puszki.



### Zadanie 7: (10 punktów)

Rozstrzygnij, która spośród liczb  $\frac{44444445}{44444447}$  czy  $\frac{88888887}{88888889}$  jest większa? Odpowiedź uzasadnij.

### Zadanie 8: (14 punktów) (zadanie z ubiegłych lat)

Reklama świetlna składa się z trzech części, każda w innym kolorze. Na początku przez 3 sekundy jest ciemno. Potem zapala się jedna część reklamy, potem druga, trzecia, a następnie części reklamy gasną po kolei i cały cykl zaczyna się od nowa. Kolejne części cyklu trwają po 2 sekundy. Sporządź wykres funkcji określającej liczbę  $n$  części świecących w reklamie w zależności od czasu  $t$  w sekundach dla  $0 \leq t \leq 24$ . Załóżmy, że w chwili  $t = 0$  jest ciemno.