

Imię i nazwisko _____ Klasa _____

Imię i nazwisko Twojego nauczyciela matematyki _____

Nazwa szkoły _____



„ZŁOTA ŻABA” 2020/2021

etap I – 10 lutego 2021 r.

Konkurs w Dziedzinie Matematyki

Organizator: Fundacja Edukacji Społecznej EKOS

Ciesz się, że bierzesz udział w naszym Konkursie. Przed Tobą zadania, na których rozwiązanie masz 90 minut. Zadania wykonaj na kartkach papieru kancelaryjnego. Zanim to zrobisz, u góry kartek napisz swoje imię i nazwisko, nazwę szkoły, imię i nazwisko Twojego nauczyciela matematyki. Czytaj uważnie polecenia, dbaj o precyzję i poprawność językową swoich wypowiedzi, przede wszystkim jednak myśl, myśl, myśl ...

Powodzenia! – Twoja Żaba

Zadanie 1. (0 - 10 punktów)

Suma licznika i mianownika pewnego ułamka jest równa 8. Jeżeli mianownik zwiększymy o jeden, to będzie on dwa razy większy od licznika. Znajdź ten ułamek.

Zadanie 2. (0 - 10 punktów)

Dwie liczby są wzajemnie odwrotne. Jakie to liczby, jeśli jedna jest dwudziestopięciokrotnością drugiej?

Zadanie 3. (0 - 10 punktów)

Standardowe boisko do gry w futbol amerykański jest prostokątem o długości 120 jardów i szerokości $53\frac{1}{3}$ jarda. Powierzchnię ilu arów ma to boisko, skoro 1 jard to 3 stopy, 1 stopa to 12 cali, a jeden cal to $2\frac{1}{2}$ cm?

Zadanie 4. (0 - 10 punktów)

Rowerzysta przejechał pewien odcinek drogi z prędkością $10\frac{km}{h}$, kolejny odcinek tej samej długości z prędkością $15\frac{km}{h}$ oraz trzeci i ostatni (tej samej długości, co poprzednie) odcinek z prędkością $30\frac{km}{h}$.

Oblicz średnią prędkość rowerzysty.

Zadanie 5. (0 - 15 punktów)

Ile wynosi cyfra jedności liczby $2019^{2020^{2021}}$? Uzasadnij odpowiedź.

Zadanie 6. (0 - 15 punktów)

W pewnej grupie osób 95% stanowią osoby praworęczne, pozostałe są leworęczne. Obserwowano, z której strony osoby z tej grupy będą omijać ustawioną na środku drogi przeszkodę (inny sposób przejścia nie był możliwy). Okazało się, że 10% praworęcznych ominęło przeszkodę z lewej strony. Z kolei tylko 4 osoby leworęczne przeszły prawą stronę, reszta leworęcznych wybrała stronę przeciwną. Ile osób liczyła ta grupa, skoro wiadomo, że z prawej strony przeszkody przeszło 7 razy więcej osób niż z lewej?

Zadanie 7 (0 – 20 punktów)

Pole trójkąta najczęściej wyznaczamy jako połowę iloczynu długości podstawy i wysokości. Znając długości wszystkich boków trójkąta, można obliczyć jego pole korzystając z tzw. wzoru Herona*:

$$P_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

gdzie a, b, c to długości boków, a p – połowa obwodu tego trójkąta.

W wielu przypadkach pole to wyraża się liczbą niewymierną. Jeśli jednak pole trójkąta jest liczbą naturalną, to taki trójkąt nazywamy trójkątem Herona (herońskim).

Trójkąt ABC jest trójkątem herońskim o długościach boków będących liczbami naturalnymi i obwodzie 36, przy czym jeden z boków ma długość 10. Wyznacz pola wszystkich trójkątów spełniających powyższe warunki.

* Heron z Aleksandrii (ok. 10 – 70 n.e.) – grecki matematyk, fizyk, wynalazca i konstruktor.

Zadanie 8. (0 – 10 punktów) (zadanie z poprzednich edycji)

W sklepie zoologicznym puste terrarium do hodowli płazów można było kupić już za 100 zł, albo w promocji – z żabą szponiastą – za 117 zł. Ile procent oszczędności można zyskać na zakupie łącznym, jeżeli sama żaba była wystawiona za 20 zł?