

Imię i nazwisko \_\_\_\_\_ Klasa \_\_\_\_\_

Imię i nazwisko Twojego nauczyciela matematyki \_\_\_\_\_

Nazwa szkoły \_\_\_\_\_



„ZŁOTA ŻABA” 2020/2021

etap II – 13 marca 2021

Konkurs w Dziedzinie Matematyki

Organizator: Fundacja Edukacji Społecznej EKOS

*Cieszę się, że bierzesz udział w naszym Konkursie. Przed Tobą zadania, na których rozwiązanie masz 120 minut. Rozwiązania wszystkich zadań przedstaw na kartkach papieru kancelaryjnego. Zanim to zrobisz, u góry kartek napisz swoje imię i nazwisko, nazwę szkoły, imię i nazwisko Twojego nauczyciela matematyki. Czytaj uważnie polecenia, dbaj o precyzję i poprawność językową swoich wypowiedzi, przede wszystkim jednak myśl, myśl, myśl ...*

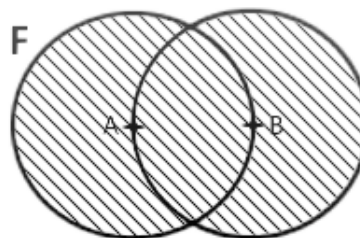
Liczba  $\pi$  jest liczbą niewymierną pojawiającą się w wielu działach matematyki i fizyki; definiowana jest jako stosunek długości obwodu koła do długości jego średnicy. Najczęściej używanym przybliżeniem liczby  $\pi$  jest 3,14 – z tego powodu w dniu 14 marca (datę tę w USA zapisuje się jako 3/14) obchodzi się dzień liczby  $\pi$ . W Europie, w dniu 22 lipca, obchodzony jest dzień aproksymacji (przybliżenia)  $\pi$ , ponieważ  $\pi \approx \frac{22}{7}$ .

### Zadanie 1. (0 – 30 punktów)

Figurę F tworzą dwa nakładające się częściowo na siebie koła o promieniach równych 7. Środek pierwszego koła leży na okręgu ograniczającym drugie koło, środek drugiego – na okręgu ograniczającym pierwsze koło (rysunek poniżej). Oblicz obwód i pole figury F. Przyjmij  $\frac{22}{7}$  jako przybliżenie liczby  $\pi$ .

Obwód koła:  $L = 2\pi r$

Pole koła:  $P = \pi r^2$



### Zadanie 2. (0 – 25 punktów)

Ustal ostatnią cyfrę liczby:

$$1^{2020} + 2^{2020} + 3^{2020} + 4^{2020}$$

### Zadanie 3. (0 – 25 punktów)

Liczba autobiograficzna to liczba, której pierwsza cyfra jest liczbą zer w jej zapisie dziesiętnym i każda kolejna cyfra jest jednocześnie liczbą kolejnych cyfr od 1 do 9. Liczba 2020 jest liczbą autobiograficzną, bo pierwsza jej cyfra określa liczbę zer, druga – liczbę jedynek, trzecia – liczbę dwójek, a czwarta – liczbę trójek. Który wcześniejszy rok naszej ery był liczbą autobiograficzną?

**Zadanie 4. (0 – 25 punktów)**

Żaba i ropucha ścigają się o to, która pierwsza dotrze do stawu. Ropucha ma skoki o 20% dłuższe od żaby, ale żaba w tym samym czasie wykonuje 20% skoków więcej. Kto pierwszy dotrze do stawu, żaba czy ropucha?

**Zadanie 5. (0 – 25 punktów)**

W terrarium było 5 żab. By je nakarmić, wrzucono im pewną liczbę much. Najstarsza i największa żaba zjadła połowę much i jeszcze pół muchy. Kolejna połowę pozostałych much i jeszcze pół muchy, i tak dalej. Najmłodsza i najmniejsza żaba zjadła 1 muchę. Ile much wrzucono do terrarium?

**Zadanie 6. (0 - 25 punktów)**

Palindrom to wyrażenie, które czytane od strony lewej do prawej oraz wspak brzmi tak samo, np.: ZARAZ, RADAR. Palindromem może być także liczba naturalna, np.: 12321, 98766789. Liczby takie nazywamy też symetrycznymi. Wyznacz sumę wszystkich trzycyfrowych liczb symetrycznych.

**Zadanie 7. (0 – 25 punktów)**

Rzucamy monetą, dopóki nie wypadnie reszka, jednak nie więcej niż 3 razy. Za wyrzucenie reszki otrzymujemy 10 punktów, a za wyrzucenie orła - 5 punktów. Jakie jest prawdopodobieństwo zdobycia 15 punktów?

**Zadanie 8. (0 – 20 punktów) (zadanie z poprzednich edycji)**

Arbelos to figura geometryczna ograniczona trzema półokręgami (jak na rysunku). Wykaż, że jej pole wyraża się wzorem  $P = \pi ab$ , gdzie  $a$  i  $b$  to promienie mniejszych półokręgów.

